

DNI:

Segunda parte - Ejercicio 4  
Materia troncal de modalidad: MATEMÁTICAS II

1. a) Discute, según los valores del parámetro  $m$ , el sistema: 
$$\begin{cases} mx - y + z = 0 \\ x + y + mz = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$
 [1 p]  
 b) Halla su solución en los casos en los que el sistema es compatible y determinado. [1 p]
2. Sea  $A$  una matriz cuadrada que verifica que  $A^3 + 2I = O$ , donde  $I$  es la matriz identidad y  $O$  es la matriz nula del mismo orden que la matriz  $A$ . Calcula  $A^{-1}$  y  $A^{25}$  en función de la matriz  $A$ . [1 p]
3. Sea la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ .  
 a) Justifica que puede aplicarse el teorema del valor medio a dicha función en el intervalo  $[0, e]$  y halla el valor (o valores) de  $c \in (0, e)$  a que hace referencia el teorema. [1 p]  
 b) Halla  $\int_0^e f(x) dx$  e interpreta el resultado a partir de la gráfica de  $f(x)$ . [1 p]
4. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ , halla:  
 a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento y puntos extremos. [1 p]  
 b) Intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión. [1 p]
5. Halla el ángulo que forman los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sabiendo que son unitarios y que  $|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{3}$ . [0,75 p]
6. Dada la recta  $r: \frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$  y el plano  $\pi: 2x - 3y + mz - 5 = 0$ ,  
 a) halla el valor de  $m$  para que la recta  $r$  y el plano  $\pi$  sean paralelos. [0,65 p]  
 b) Razona si para dicho valor de  $m$  la recta es exterior o está incluida en el plano. [0,10 p]

7. Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos tales que  $p(A) = \frac{1}{3}$ ,  $p(B) = \frac{1}{4}$  y  $p(A \cup B) = \frac{1}{2}$ .

a) Halla  $p(A \cap B)$ . [0,25 p]

b) Halla  $p(A/\bar{B})$ . [0,25 p]

c) ¿Son  $A$  y  $B$  independientes? Razónalo. [0,25 p]

8. Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 blancas. Se saca una bola de la urna y se reemplaza por otra del color contrario. A continuación se extrae una segunda bola de la urna. Si la segunda bola resulta ser blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la primera también fuera blanca?

[0,75 p]

### **Criterios de evaluación:**

1. Se valorará el planteamiento, el procedimiento de resolución, las explicaciones de los pasos seguidos y la justificación de los resultados obtenidos.
2. La puntuación de la prueba disminuye por no utilizar la notación matemática adecuada.
3. Los ejercicios se calificarán con la máxima puntuación si el proceso de resolución está razonado y presentado con orden y pulcritud.
4. Las gráficas serán legibles y claras.
5. Los errores en los cálculos no mermarán significativamente la puntuación de un ejercicio, salvo que manifiesten ignorancia de conocimientos básicos o que su resultado final sea ilógico o contradictorio o lleven a una simplificación significativa en la resolución del problema.
6. Se puede utilizar calculadora (no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos).